Numerical Experiments with Spatial Interaction Models

Martin Clarke University of Leeds

Contents

- Background: the 1970s
- The Harris Wilson Model
- Theoretical Properties versus Numerical Experiments
- Designing Experiments
- Examples
- Moving from experiments to the real world: GMAP and beyond
- The Future, Big data and SIM?

Background

- I graduated in 1976 and started work as a Research Assistant with Alan
- I was surrounded by physicists, mathematicians and operational researchers. A steep learning curve.
- I even shared an office with Nigel Thrift!

Background

- What was apparent (to me at least) that despite all the impressive theoretical developments in urban modelling there was little applied work
- So was it possible to understand the properties of spatial interaction models by undertaking numerical experiements?
- That is, run models under a variety of scenarios in which the parameters of the models were varied and the results examined

Starting Points

- SPAINT A spatial interaction model written in Fortran and run on the university's ICL 1906A mainframe (thanks John Stillwell)
- Electricte de France non-linear optimisation package run on the University of Manchester Regional Computer Centre's CDC 7600 (thanks Jose Coehlo)
- Initial results presented in Wilson and Clarke (1979)

Problems!

- Apart from the 1971 census there was very little data on consumer demand, the retail supply side, spatial interactions or flows or travel time or costs
- So we had to 'invent' data for our numerical experiments
- Not as straightforward as it might seem!

RET729 – the Harris-Wilson model

- I wrote a Fortran program to solve the H-W model for a 729 zone imaginary spatial system.
- 729 is a 27x27 spatial system (see next slide) that ensures perfect spatial symmetry
- There is therefore a 729x729 interaction matrix.
- Just about the limits of what the university's Amdahl mainframe could handle at the time

15.0		-	-	~	-	-	~	-	-	-	-	-							
•	٠	0	0	o	o	0	0	0	0	o	•	•							
•	0	0	0	o	0	0	0	0	0	0	0	•							
•	ο	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	٠							
•	0	0	0	0	0	0	ο	0	o	o	o	•							
0	0	o	0	0	0	0	0	0	0	o	0	0							
•	0	0	0	0	0	0	0	0	0	o	0	•							
•	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	о	•							
•	0	0	0	0	0	0	0	0	0	ο	Ó	•							
•	•	0	0	0	0	0	0	0	0	0	٠	•							
•	•	•	0	0	0	0	0	0	0	٠	•	•							
•	•	•	•	•	٠	0	٠	٠	٠	•	•	•							
	-	• į	ndi	cat	es (exo	gen	ous	s zo	ne									
fig 3.19		16	9	z	on o	e ł	Ŋр	oot	the	tio	cal	s	рa	ıti	al	s	y٤	ste	e m
		v 1	U 10				5.0		~	x	хх	X	×	×	х	×	×	X	х
* * * * * *						х	×	×	^	~									
X X X X X	X	x				×	·	×	î	•		x	х	х	х	х	х	х	
× × × × × × × × × ×	X	x				÷	× ·	· x	÷	:				х	X X	X X	X X	X X	х
X X X X X	X	x				× •	× ·	· x	ê e e e	••••••			х	х	X X	X X X	X X	x x x	x x
× × × × × × × × × × × × × × × × × ×	X	x				× · · ·	× · ·	· X	ê ser e e	•••••			х	х	X X	X X X	x x x	x x x	x x x
× × × × × × × × × × × × × × × × × × × · × × × ·	X	x				×	× · · ·	· ×	· · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			х	х	X X	X X X	X X X X	X X X X	× × ×
X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X	X	x				× • •	× · ·	· ×	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			х	х	X X	X X X	× × × × × ×	× × × × × × × × ×	× × × × ×
X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X	X	x				× • • • • • •		· ×	• • • • • • • • • • • •	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			х	х	X X	X X X	× × × × × ×	X X X X X X X X	× × × × × ×
X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X	X	x				× • • • • • • • • • • • • • • • • • • •		· ×	• • • • • • • • • • • • • • •				х	х	X X	X X X	× × × × × ×	× × × × × × × × ×	× × × × × × × ×
X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X	X	x				× • • • • • • • • • • • • • • • • • • •		· ×	• • • • • • • • • • • • •				х	х	X X	X X X	× × × × × ×	× × × × × × × × ×	× × × × × ×
X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X	X	x				× · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	× · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· × · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	• • • • • • • • • • • • • • • •				х	х	X X	X X X	× × × × × ×	× × × × × × × × ×	× × × × × × × × × ×
	X	x				× · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		· ×	• • • • • • • • • • • • • • • •				х	х	X X	X X X	× × × × × ×	× × × × × × × × ×	****
	X	x				x		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •				х	х	X X	X X X	× × × × × ×	****	***
	X))	× × · · · · · · · · · · · · · · · · · ·										· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	× × · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	******	****	× × × × • • • • • • • • • • • • • • • •	*****	****	****
	X)					• 3 4 3 • • • • 2 3 • • • 1 4 4 • • • • • • • • • • • • • •	"一下,""这个人,我们有什么?""你们的,我们就是这个人,我们就是这个人,我们就是这个人,我们就是这个人,我们就是不是不能。""你们,我们就是这个人,我们就是这个人,我们就是这个人,我们就是这个人,		6	19、19、19月1日。 19、19月1日。 19、19月1日		× · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	××····	******	××ו••••••••••••••••••••••••••••••••••	****	×××××ו•••••••••••••••••••••••••••••••	****	****
	X)	××····				• 3 4 3 • • • • 2 3 • • • • • • • • • • • • •			1993年,,大学说,大学的"大学"。			× · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	××····	*******	××ו••••••••••••••••••••••••••••••••••	×××× · · · · · · · · · · · · · · · · ·	×××××× · · · · · · · · · · · · · · · ·	****	*****
	X)	× × · · · · · · · · · · · · · · · · · ·				- 1999年, - 1	""""""""""""""""""""""""""""""""""""""					× · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	××····	******	XXX • • • • • • • • • • • • • • • • • •	****	×××××ו•••••••••••••••••••••••••••••••	*****	*****
	X))						"一"""""""""""""""""""""""""""""""""""""			2012、1911、1911、1911、1911、1911、1911、1911、		× · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	××····	********	XXX · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	****	******	****	*****
					19日、日間の日子、日子、・・・・・・	1. " · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	""""""""""""""""""""""""""""""""""""""		"这些",,,不能,我就是,,就是这个人。	化化化 人名卡里 人名英格兰人 化二氯化 人名马尔		× · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	××····	******	××ו••••••••••••••••••••••••••••••••••	×××× • • • • • • • • • • • • • • • • •	*****	****	*****
		××····				1999年1999年1999年1999年1999年1999年1999年199	"一"""""""""""""""""""""""""""""""""""""			一切的时,我,说:"您想到这一一"的。""		× · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	××····	************	×××・・ 注目・・・ 単同 キ・・ お・ 読・・・・	×××× · · · · · · · · · · · · · · · · ·	******	******	*****
	X))					1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.	"一"""""""""""""""""""""""""""""""""""""					× · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	××····	×× · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	XXX · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	×××× • • • • • • • • • • • • • • • • •	******	******	******
	X)				1999年,王国大学的学生,1999年,1999年,1999年,1999年,1999年,1999年,1999年,1999年,1999年,1999年,1999年,1999年,1999年,1999年,199		"一"""""""""""""""""""""""""""""""""""""			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		x · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	××····	×ו••••••••		×××× · · · · · · · · · · · · · · · · ·	******	******	******

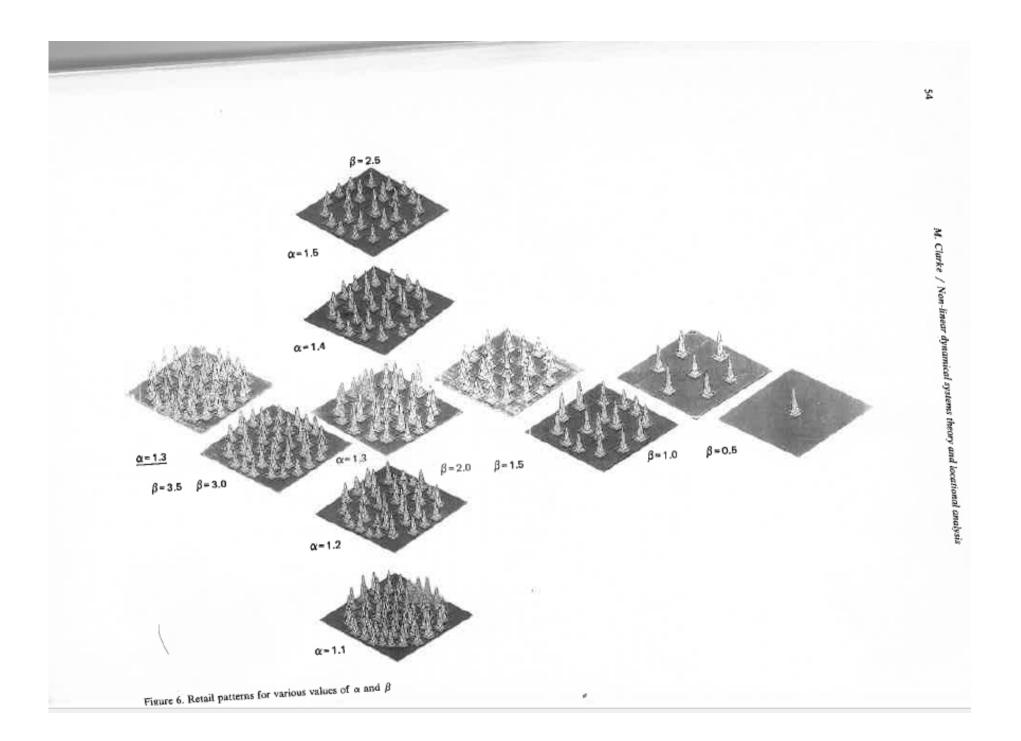
15.0		-	-	~	-	-	~	-	-	-	-	-							
•	٠	0	0	o	o	0	0	0	0	o	•	•							
•	0	0	0	o	0	0	0	0	0	0	0	•							
•	ο	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	٠							
•	0	0	0	0	0	0	ο	0	o	o	o	•							
0	0	o	0	0	0	0	0	0	0	o	0	0							
•	0	0	0	0	0	0	0	0	0	o	0	•							
•	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	о	•							
•	0	0	0	0	0	0	0	0	0	ο	Ó	•							
•	•	0	0	0	0	0	0	0	0	0	٠	•							
•	•	•	0	0	0	0	0	0	0	٠	•	•							
•	•	•	•	•	٠	0	٠	٠	٠	•	•	•							
	-	• į	ndi	cat	es (exo	gen	ous	s zo	ne									
fig 3.19		16	9	z	on o	e ł	пур	oot	the	tio	cal	s	рa	ıti	al	s	y٤	ste	e m
		v 1	U 10				5.0		~	x	хх	X	×	×	х	×	×	X	х
* * * * * *						х	×	×	^	~									
X X X X X	X	x				×	х ·	×	î	•		x	х	х	х	х	х	х	
x x x x x x x x x x	X	x				÷	× ·	· x	÷	:				х	X X	X X	X X	X X	х
X X X X X	X	x				× •	× ·	· x	ê e e e	••••••			х	х	X X	X X X	X X	x x x	x x
× × × × × × × × × × × × × × × × × ×	X	x				× · · ·	× · ·	· X	ê ser e e	•••••			х	х	X X	X X X	x x x	x x x	x x x
× · × × × ·	X	x				×	× · · ·	· ×	· · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			х	х	X X	X X X	X X X X	X X X X	× × ×
X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X	X	x				× • •	× · ·	· ×	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			х	х	X X	X X X	× × × × × ×	× × × × × × × × ×	× × × × ×
X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X	X	x				× • • • • • •		· ×	• • • • • • • • • • • •	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			х	х	X X	X X X	× × × × × ×	X X X X X X X X	× × × × × ×
X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X	X	x				× • • • • • • • • • • • • • • • • • • •		· ×	• • • • • • • • • • • • • • •				х	х	X X	X X X	× × × × × ×	× × × × × × × × ×	× × × × × × × ×
X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X	X	x				× • • • • • • • • • • • • • • • • • • •		· ×	• • • • • • • • • • • • •				х	х	X X	X X X	× × × × × ×	× × × × × × × × ×	× × × × × ×
X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X	X	x				× · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	× · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· × · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	• • • • • • • • • • • • • • • •				х	х	X X	X X X	× × × × × ×	× × × × × × × × ×	× × × × × × × × × ×
	X	x				× · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		· ×	• • • • • • • • • • • • • • • •				х	х	X X	X X X	× × × × × ×	× × × × × × × × ×	****
	X	x				x		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •				х	х	X X	X X X	× × × × × ×	****	***
	X))	× × · · · · · · · · · · · · · · · · · ·										· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	× × · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	******	****	× × × × • • • • • • • • • • • • • • • •	******	****	****
	X)					• 3 4 3 • • • • 2 3 • • • 1 4 4 • • • • • • • • • • • • • •	"一下,""这个人,我们有什么?""你们的,我们就是这个人,我们就是这个人,我们就是这个人,我们就是不是这个人,我们就是不是不能。""你们,我们就是这个人,我们就是		6	19、19、19月1日。 19、19月1日。 19、19月1日		× · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	××····	******	××ו••••••••••••••••••••••••••••••••••	****	×××××ו•••••••••••••••••••••••••••••••	****	****
	X)	××····				• 3 4 3 • • • • 2 3 • • • • • • • • • • • • •			1993年,,大学说,大学的"大学"。			× · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	××····	*******	X X X • • • • • • • • • • • • • • • •	×××× · · · · · · · · · · · · · · · · ·	×××××× · · · · · · · · · · · · · · · ·	****	*****
	X)	× × · · · · · · · · · · · · · · · · · ·				- 1999年, - 1	""""""""""""""""""""""""""""""""""""""					× · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	××····	******	XXX • • • • • • • • • • • • • • • • • •	****	×××××ו•••••••••••••••••••••••••••••••	*****	*****
	X))						"一"""""""""""""""""""""""""""""""""""""			2012、1911、1911、1911、1911、1911、1911、1911、		× · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	××····	********	XXX · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	****	******	****	*****
					19日、日間の日子、日子、・・・・・・	1. " · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	""""""""""""""""""""""""""""""""""""""		"这些",,,不是,我们有人,不能不是。	化化化 人名卡里 人名英格兰人 化二氯化 人名马尔		× · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	××····	******	××ו••••••••••••••••••••••••••••••••••	×××× • • • • • • • • • • • • • • • • •	*****	****	*****
		××····				1999年1999年1999年1999年1999年1999年1999年199	"一"""""""""""""""""""""""""""""""""""""			一切的时,我,说:"您想到这一一"的"。""		× · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	××····	************	×××・・ 注目・・・ 単同 キ・・ お・ 読・・・・	×××× · · · · · · · · · · · · · · · · ·	******	******	*****
	X))					1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.	"一"""""""""""""""""""""""""""""""""""""					× · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	××····	×× · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	XXX · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	×××× • • • • • • • • • • • • • • • • •	******	******	******
	X)				1999年,王国大学的学生,1999年,1999年,1999年,1999年,1999年,1999年,1999年,1999年,1999年,1999年,1999年,1999年,1999年,1999年,199		"一"""""""""""""""""""""""""""""""""""""			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		x · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	××····	×ו••••••••		×××× · · · · · · · · · · · · · · · · ·	******	******	******

RET729

Visualisation of the results was a key requirement

In 1980 this was possible using a combination of an innovative mainframe package called SYMVU and judicious use of a photocopier!

Results presented at the Durham Regional Science meeting in 1981 and published in the Papers of the RSA in 1983 (Clarke and Wilson)



From Imaginary to Real World Experiments with SIM

- During the mid-80s more data became available but mainly through commercial sources (e.g. Pinpoint's LUPIN)
- This quickly escalated as retailers (in particular) realised the value of the data they were capturing (EPOS, loyalty card, etc)
- The time was ripe to try to exploit the value of this data within a SIM framework
- This is when GMAP was established!

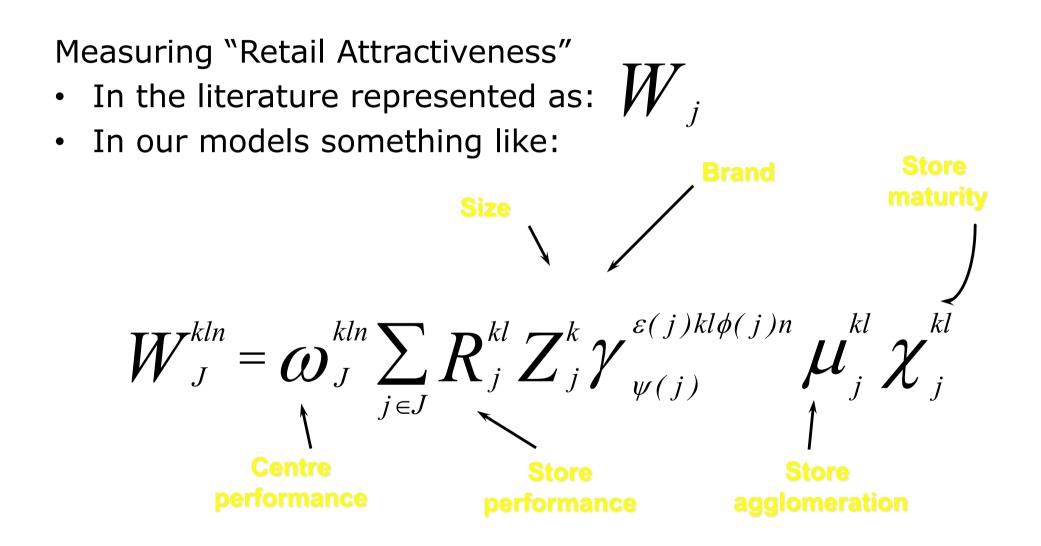
GMAP

- A perfect opportunity for applied SIM!
- The Data explosion
- Availabilty of PCs
- GIS sofware
- Increasingly competitive retail market place
- Lack of modelling skills in industry

GMAP

- Clients included some of the world's largest consumer facing organisation – Tescos, Walmart, Ford, ExxonMobil, HSBC, HBOS.
- GMAP grew rapidly, eventually employing 120 staff by 1997. In total we calculate that the business employed over 350 geography/computer science graduates between 1987 and 2015
- However, getting SIMs to work for real was not straightforward!

An Example



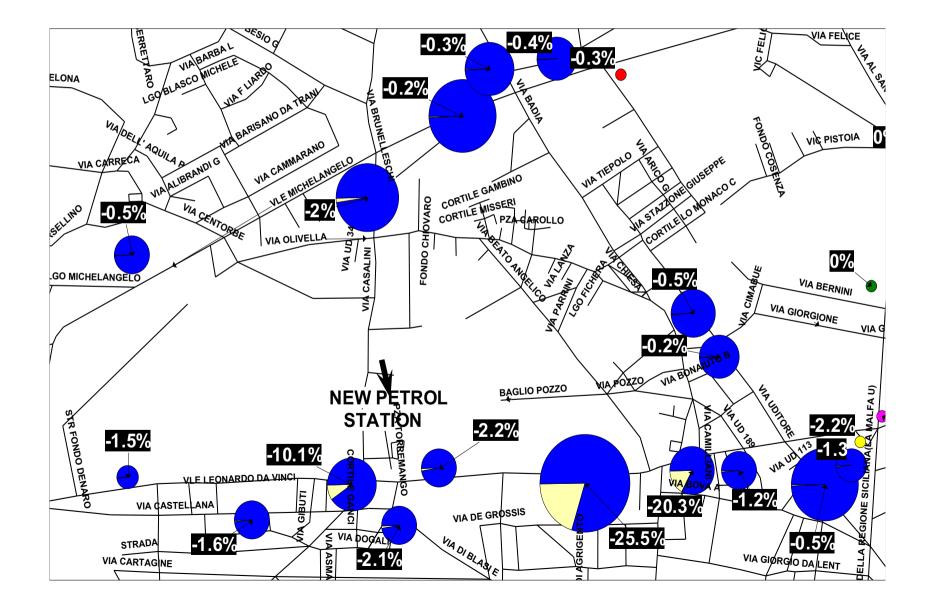
Predicting DIY Shed Revenue

Store	Observed	Predicted	Store
	(£m)	(£m)	Performance
Gidea Park	3.97	3.83	1.04
Rickmansworth	4.49	4.32	1.04
Edmonton	7.27	7.03	1.03
South Benfleet	2.29	2.22	1.03
Loughton	4.48	4.40	1.02
Tottenham	6.80	6.76	1.01
llford	2.71	2.67	1.01
Stanmore	2.24	2.28	0.98
Braintree	3.06	3.12	0.98
Acton	3.63	3.76	0.97
Welwyn Garden City	3.31	3.42	0.97
Brentwood	1.85	1.92	0.96
Bishop's Stortford	2.98	3.13	0.95
Tilbury	3.70	3.90	0.95

Predicting Supermarket Turnovers

Store	Observed	Predicted	Perf	
	Revenue	Revenue	Index	
Castleford	157.40	148.49	1.06	Ed of my
Doncaster	197.25	188.06	1.05	A COLET Z
Dewsbury	243.25	233.76	1.04	
Leeds	286.10	275.18	1.04	and the second s
Ecclesfield	182.40	175.56	1.04	the second
Bradford	257.55	248.66	1.04	
Barnsley	198.65	192.62	1.03	La 23 & Company
Cleethorpes	176.15	171.45	1.03	the second secon
Halifax	112.70	109.97	1.02	
Harrogate	190.15	187.68	1.01	La Contraction
Chapeltown	278.30	275.10	1.01	Jenne
Hull	277.60	276.68	1.00	the production of the second
Crossgates	210.70	211.46	1.00	
Morley	261.65	263.37	0.99	to the start
Brighouse	79.35	81.07	0.98	* The state of the
Featherstone	126.45	130.73	0.97	A
Worksop	182.70	189.34	0.96	
Scunthorpe	231.75	240.38	0.96	RAAT LAND
Sheffield	193.75	201.53	0.96	
Keighley	173.05	181.04	0.96	
York	42.95	45.18	0.95	ARACHA TA XA
Wakefield	84.50	89.32	0.95	The second se

Accurately Predicting Impacts



Worldwide application of SIMs

- GMAP worked with organisations in:
- - every European country
- - Noth America
- - Japan
- - Australia
- - South Africa
- - Puerto Rico
- Principles of SIM are universal but need a bit of local tweaking!



Importance of Model Drivers by Retail Market

	Supermarket	Retail	Auto	Finance	Petrol
Spatial Aggregation	Fine Zones	Medium Zones	Coarse Zones	Medium Zones	Medium Zones + Network
Brand Loyalty	Moderate/Strong	Moderate	Moderate	Strong (transactions) Moderate
Attraction Components					
Space	5	3	4	1	4
Parking	5	1	3	1	5
Accessibility	5	4	2	3	5
Product Range	4	2	4	2	1
Prices	5	5	5	5	5
Adjacencies	1	5	1	5	2
Opening Hours	4	3	1	3	5
Complexity of Distributi	on Simple/Moderate	e Simple/Moderate	Simple/Moderate	Complex	Simple
Travel Distance	Short	Moderate	Long	Moderate	Long
Trip Type	Single Purpose	Multi-Purpose	Single Purpose	Multi-Purpose	Distress
Segmentation	Important	Fundamental	Important	Moderate	Marginal

1 = Relatively Unimportant

5 = Very Important

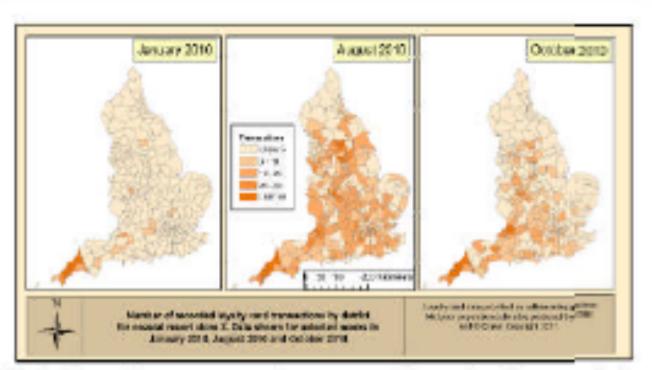
GMAP Summary

 Can be found in 3 books - Birkin, Clarke, G, Clarke, M and Wilson (1996), Birkin, Clarke, G and Clarke, M (2002) and (2017) and for more technical detail in the Geographical Analysis paper Birkin, Clarke, G and Clarke, M (2010)

The Future?

- 'Gravity modelling (SIM) has no relevance to modern retail planning' Matthew Hopkinson, LDC, May 2017
- Consumer behaviour has certainly changed over the last 30 years
- However growth in new data sets offers insights into this changing behaviour, not only in retailing but transportation, migration and other areas where SIMs are still relevant

Big Data and Retail Geography



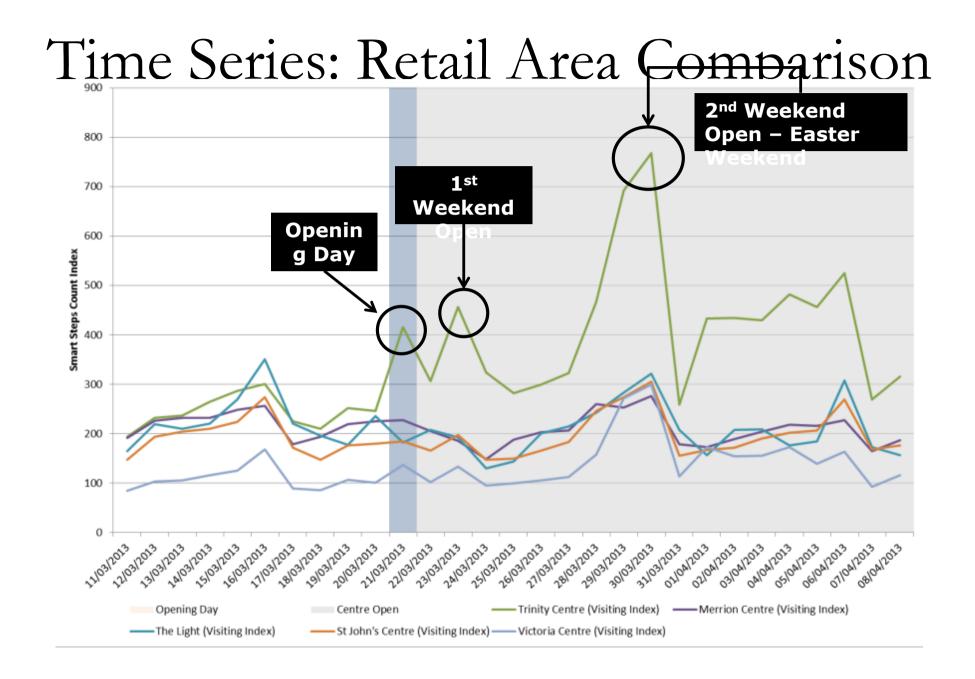
Variations in supermarket expenditure in Cornwall by time of year from Nectarcard data. A collaborative PhD studentship undertaken in the Centre for Spatial Analysis and Policy with commercial partners [27].

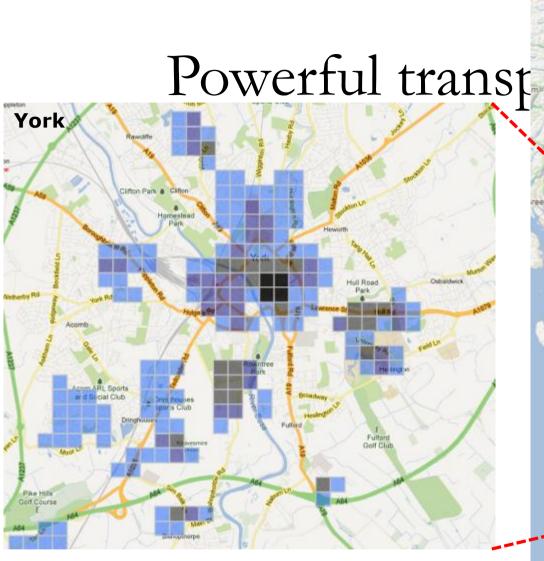
Trinity Leeds opening week busy grid

			Opening Day			
Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
0:00	0:00	0:00	0:00	0:00	0:00	0:00
1:00	1:00	1:00	1:00	1:00	1:00	1:00
2:00	2:00	2:00	2:00	2:00	2:00	2:00
3:00	3:00	3:00	3:00	3:00	3:00	3:00
4:00	4:00	4:00	4:00	4:00	4:00	4:00
5:00	5:00	5:00	5:00	5:00	5:00	5:00
6:00	6:00	6:00	6:00	6:00	6:00	6:00
7:00	7:00	7:00	7:00	7:00	7:00	7:00
8:00	8:00	8:00	8:00	8:00	8:00	8:00
9:00	9:00	9:00	9:00	9:00	9:00	9:00
10:00	10:00	10:00	10:00	10:00	10:00	10:00
11:00	11:00	11:00	11:00	11:00	11:00	11:00
12:00	12:00	12:00	12:00	12:00	12:00	12:00
13:00	13:00	13:00	13:00	13:00	13:00	13:00
14:00	14:00	14:00	14:00	14:00	14:00	14:00
15:00	15:00	15:00	15:00	15:00	15.00	15:00
16:00	16:00	16:00	16:00	16:00	16:00	18:00
17:00	17:00	17:00	17:00	17:00	17:00	17:00
18:00	18:00	18:00	18:00	18:00	18:00	18:00
19:00	19:00	19:00	19:00	19:00	19:00	19:00
20:00	20:00	20:00	20:00	20:00	20:00	20:00
21:00	21:00	21:00	21:00	21:00	21:00	21:00
22:00	22:00	22:00	22:00	22:00	22:00	22:00
23:00	23:00	23:00	23:00	23:00	23:00	23:00

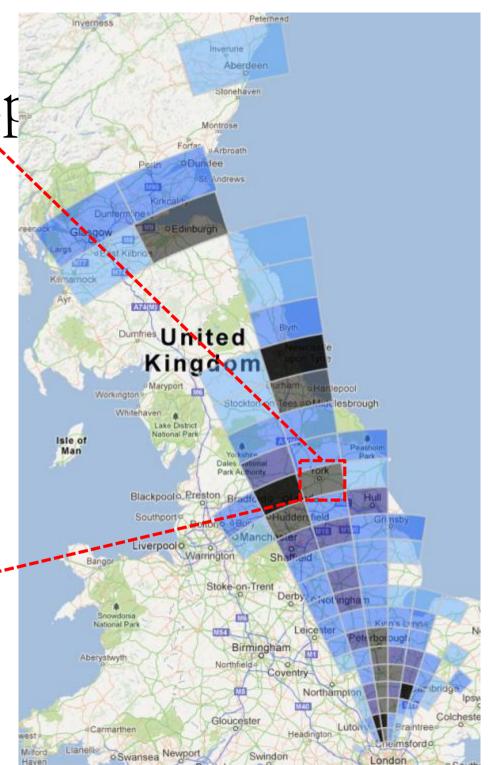
Opening Day

- 60% increase in footfall prior to opening (within • Grid) compared to the previous day
- A Sharp peak notable at 10am when the Trinity • Centre opened it doors
- Highest footfall activity count occurred at 12pm on opening day
- The Busy Grid shown represents count data in a thematic format

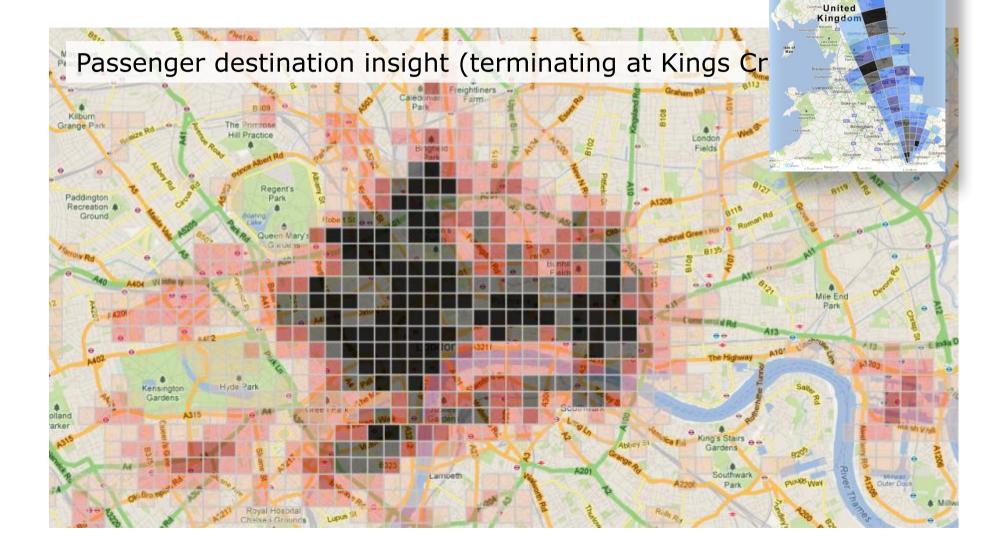




Passenger origin insight (East Coast Main Line terminating at Kings Cross)



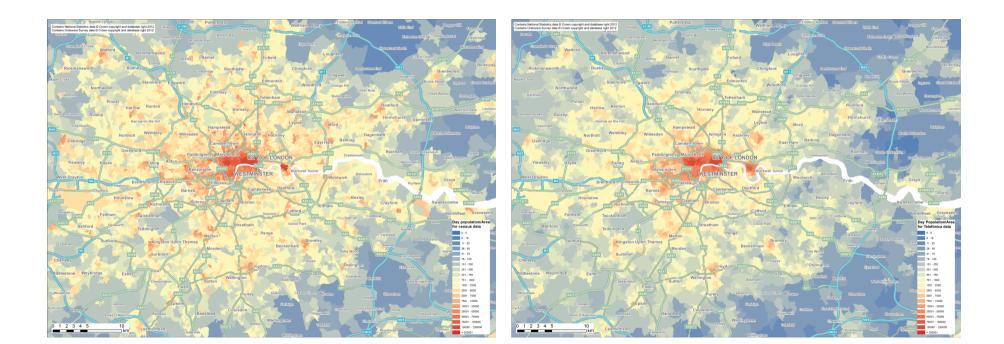
Powerful transport insight



Daytime population density (workers)

Census (LSOA)

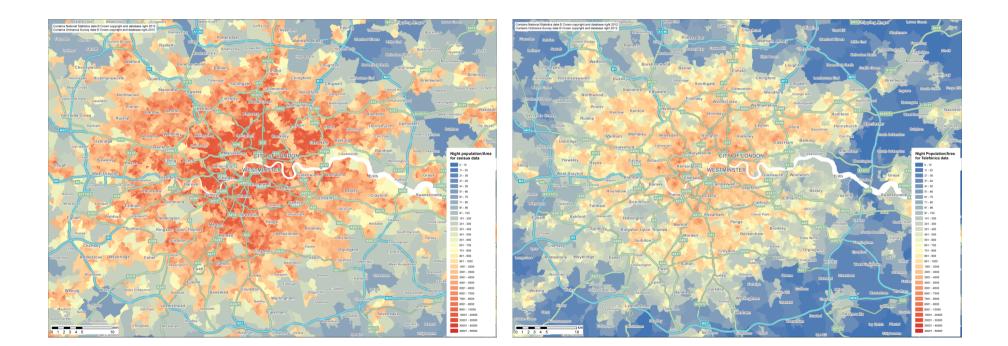
Mobile Phone (LSOA)



Night time population density (residents)

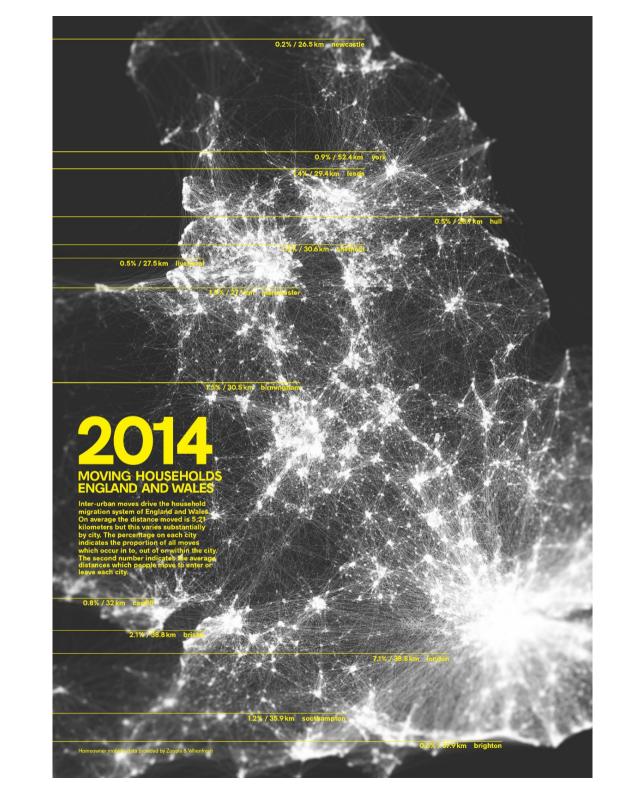
Census (LSOA)

Mobile phone (LSOA)



Sales

- The higher the value of a sale, the further the household moves. This holds up to the >£501k category (where London moves dominate)
- Affluent achievers and rising prosperity groups move further than other groups
- Overall, average distances moved are relatively short



Conclusions

- In the real world you need to deploy an eclectic and pragmatic approach to spatial modelling.
- Extended SIMs work well in many areas but not everywhere (e.g. petrol forecourts) – often a multivariate approach is more appropriate. Also links to other models can be productive – population projections, choice modelling, etc.
- However, I think we have demonstrated over the last 40 years that SIMs have an important role in the quantitative geographer's tool kit
- But: where is the next generation of Spatial Interaction Modellers coming from?

